

LISTA 2

Zad 1. Obliczyć pochodne rzędu od pierwszego do piątego funkcji: $y = -4x^4 + 7x^2 + 12x + 6$.

Zad 2. Obliczyć drugą pochodną funkcji: 1) $y = 3x^3$; 2) $y = \arccos x$; 3) $y = xe^{\sin x}$.

Zad 3. Wyznaczyć różniczki funkcji:

1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$; 2) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$; 3) $f(t) = \frac{1}{2}gt^2$; 4) $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

Zad 4. Obliczyć przybliżoną wartość następujących wyrażeń:

1) $\sqrt[4]{16,64}$; 2) $\sqrt{8,76}$; 3) $(2,01)^2$; 4) $\arctg(0,98)$; 5) $\sin 29^\circ$.

Zad 5. Zbadać monotoniczność następujących funkcji:

1) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$; 2) $y = x^4 - 2x^2 - 5$; 3) $y = \sqrt{2x - x^2}$; 4) $y = x^2 e^{-x}$.

5) $y = \frac{1}{x^2} + x^2$; 6) $y = x + \frac{4}{x}$; 7) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

Zad 6. Wyznaczyć ekstrema funkcji:

1) $y = x^3 - 6x^2 - 9x - 4$; 2) $y = \frac{3x^2 + 4x + 4}{x^2 + x + 1}$; 3) $y = x^2 e^{-\frac{x^2}{2}}$; 4) $y = x^2 \ln x$.

Zad 7. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji:

1) $y = x - 2 \ln x$ w $x \in \langle 1, e \rangle$; 2) $y = x^4 - 2x^2 + 5$ w $x \in \langle -2, 2 \rangle$; 3) $y = \arctg x^2$ w R .

Zad 8. Wyznaczyć przedziały wklęsłości i wypukłości oraz punkty przegięcia wykresu funkcji:

1) $y = \frac{1+x}{1+x^2}$; 2) $y = \ln(x^2 + 1)$; 3) $y = x \ln \frac{1}{x}$;

Zad 9. Wielomian $f(x) = 2x^4 + x^3 - 2x^2 - x + 2$ przedstawić w postaci sumy potęg dwumianu $x-1$.

Zad 10. Stosując regułę de L'Hospitala obliczyć granice:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x \cos x}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{a^x + e^{-x} - 2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{1 - e^x}}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^3}$; 5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\operatorname{tg} x}{\ln(x - \frac{\pi}{2})}$; 6) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x) \cdot \ln(1-x)$;

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \arctg x) \cdot \ln x$; 8) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x})$; 9) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}$; 10) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{x^2}$; 11) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x - \pi}$.